

## 第5章 お寺の鐘と教会の鐘とポリゴノーラ

日本のお寺の鐘と、西洋の教会の鐘の音色は違います。両方とも同じような形はしていますが、先端が少し違います。この少しの違いが音色におおきな違いを生みます。

日本のお寺の鐘（梵鐘）の中で名鐘の一つに数えられている三井寺（円城寺、滋賀県）の鐘の音を分析すると、鐘から出てくる音（倍音の並び）は、大変ポリゴノーラに近いことがわかりました。三井寺の鐘とポリゴノーラの音を比較したのが表 5-1 です。

三井寺の梵鐘から出る音を低いほうから番号を振ると、約 10 個の音が出ていることがわかりました。1 番低い音（47 Hz）は、ほとんど人の耳には聞こえない低い音です。明らかに聞こえる音は 2 番目（109 Hz）からです。三井寺の梵鐘は音色が良いとされています。その理由は 2 つあると思います。一つめは、よく聞こえる 2 番目の音

三井寺梵鐘			ポリゴノーラ		振動様式		
番号	音高 (Hz)	比率	音高 (Hz)	比率			
1	47	<b>1.000</b>	248	<b>1.000</b>	(0 1)	ドーナツ	
				326	1.315		(3 0)
				559	<b>2.254</b>		(1 1)
2	109	<b>2.319</b>		860	3.468	(5 0)	
				948	3.823	(2 1)	
				1220	<b>4.919</b>	(0 2)	ドーナツ
4	253	<b>5.383</b>	1415	<b>5.706</b>	(3 1)	混合	
5	320	<b>6.809</b>	1635	<b>6.593</b>	(1 2)	混合	
6	323	6.872			?		
7	350	7.447	1959	7.899	?		
8	409	<b>8.702</b>	2095	<b>8.448</b>	(4 1)	混合	
				2270	9.153		(2 2)
9	466	<b>9.915</b>	2348	<b>9.468</b>	(0 3)	ドーナツ	
				2562	10.331		(5 1)
				2620	10.565		(5 1)
10	567	<b>12.064</b>	2980	<b>12.016</b>	(3 2)	混合	

(109 Hz) です。この音は、ドレミに当てはめるとラ (110 Hz) の音で、昔の呼び方でいうと黄鐘と呼ばれる音高です。

二つめは、音の高さの並び方です。1 番目の音 (47 Hz) が耳にあまり聞こえないので、2 番目の音を基音とします。2 番目の音高 (109 Hz) を基音とすると約 2 倍高い音が 3 番目 (216 Hz) に出ています。さながら 1 オクターブ上のラです。さらに約 3 倍高い音が 5 番目 (320 Hz) に、約 4 倍高い音が 9 番目 (466 Hz) に、約 5 倍高い音が 10 番目 (567 Hz) に出ています。つまり、弦の様にピッタリではありませんが、基音を 1.0 としたとき、整数倍音、2.0、3.0、4.0、5.0 に、ほぼ近い音が三井寺の鐘から出ています。そのため、この鐘の音を聞くと、音程感のある澄んだ響きが感じられます。このような整数倍音に近い音を出す梵鐘は三井寺のほかにはほとんど見当たりません。もともと梵鐘は整数倍音を出せる構造はしていないのですが、三井寺では偶然か、あるいは特殊な技術で作れたということではないでしょうか。しかし、重要なことは、三井寺の梵鐘からは弦のようにきっちりとした整数倍音は基本的には出していないということです。

興味深いのは、この三井寺の鐘の音の並びがポリゴノーラとよく似ていることです。表 5-1 の真ん中のポリゴノーラの音列を見てください。基音が 248 Hz の音の並び方を比で表すと、その比は、三井寺の梵鐘の比とよく似ています。似ているものを太字で示しました。三井寺で出る 10 個の音のうち 8 個の音の並び方がポリゴノーラとほぼ同じです。その振動様式はピザの線が全くない純ドーナツの震え方 (3 種) と、ピザとドーナツの混合の震え方 (5 種) です。ポリゴノーラが日本の梵鐘によく似た音色を出す理由はここにあると思われます。

ポリゴノーラは整数倍音ではなく、非整数倍音を出します。次の第 6 章に述べますが、自然界に満ち溢れる音は、非整数倍音の音です。日本人は梵鐘に自然界の非整数倍音を感じているのではないのでしょうか？

西洋の鐘の音は、日本の梵鐘とは違います。形は先が広がっています。この広がり、整数倍音を出しやすい構造です。また、鐘の内部にぶら下げられた舌が、日本の梵鐘よりもかなり鐘の外縁に近い部分に当たることも、整数倍音を出しやすい仕組み

です。実際「カリオン」という、ドレミの音階を出す鐘の組み合わせがあります。

日本の梵鐘は自然界の音（非整数倍音）をそのまま出し、西洋の鐘はいろいろ改良して弦の音（整数倍音）に近づけたといえるかもしれません。

#### 参考文献

櫻井直樹・林皇志・D. van Beers・桜井真樹子（2020）日本の梵鐘の部分音と振動モードについて、人間環境科学、27：3～13.

フレッチャー、N. H. & ロッシング、T. D.（2002）楽器の物理学、シュプリンガー・ジャパン

## コラム 5 地球の音色

~~~~~

2004年12月26日、インドネシアでスマトラ-アンダマン地震（日本ではスマトラ沖地震と呼ばれる）が起きました。この時、世界中の観測地点で、地震波が観測され、それをまとめたものが、2005年に論文として出されました。地球も見方によれば、スイカと同じ球体です。地殻（皮）があり、中にマントル（果肉）があります。地震は、ちょうどスイカ名人がスイカをたたいた時と同じ振動を地球に与えます。報告によると、地震波の周期は、53.9分、35.6分、20.5分などが観察されています。これを周波数で書くと、0.31mHz、0.47mHz、0.81mHzなどと記述できます。1mHzとは千分の1Hzのことで、1000秒に1回、つまり約17分に1回の振動です。もちろんこの振動は人の耳には聞こえません。そこで、0.31mHzを基準として、比で書くと、これらの振動は、 $1.00 \cdot 1.52 \cdot 2.10 \cdot 2.61 \cdot 3.06$ となります。0.31mHzは聞こえないので、最初の周波数を200Hzにして、この比を用いてシンセサイザーで音を作り、聞いてみると、スイカとよく似た音が聞こえました。このことから地球をたたくと、スイカと同じような音がすることがわかります。ただし、私たちの耳にはその生音は聞こえません。宇宙でもこのような音が鳴っているかもしれませんが、私たちの耳には聞こえません。もっとも真空の中で音は伝わりませんが。

### 参考文献

Park et al., (2005) Earth's oscillations excited by the 26 December 2004 Sumatra-Andaman earthquake. Science 308: 1139-1144.

## 第6章 三角形、四角形、五角形、六角形ポリゴノーラ

円以外の多角形のポリゴノーラも作成できます。まず辺の数が最少の三角形です。三角形には正三角形、二等辺三角形、直角三角形がありますが、まず正三角形を説明します。三角形の場合も、①素材の選定、②厚さと大きさの計算、③支持の方法、④楽器をたたく道具の選択、を考えねばなりません、①、③、④は円盤の場合と同じですので、この節では「②厚さと大きさの計算」について説明します。

### 1. トリゴノーラ（正三角形楽器）

正三角形の板（高さ 180 mm、厚さ 2 mm）の周りが自由に振動する場合の振動の様式は図 6-1 のようになります。

この場合、正三角形の中にさらに小さな正三角形が 4 個できる模様を示す振動数（384 Hz）が基音になります。内部の逆正三角形が下にへこんでいるとき、外の黒い 3 つの正三角形が上に飛び出している振動様式です。次の瞬間は逆に、内部の逆三角

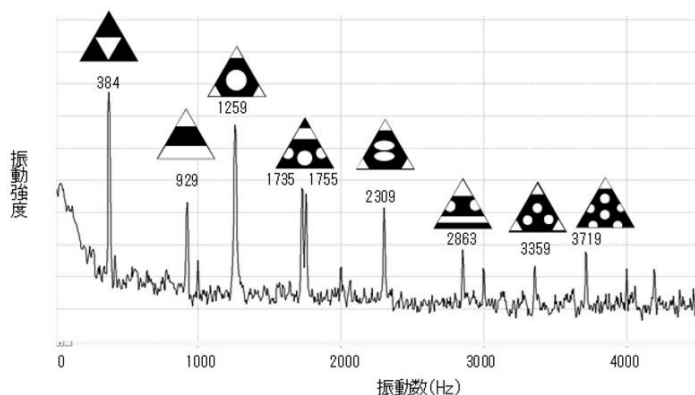


図6-1 正三角形（リン青銅、高さ180ミリ、厚さ2ミリ）の振動スペクトル  
重心をたたいた時のスペクトル及びクラドニ図形

形が飛び出し、外側の 3 つの三角形がへこみます。真ん中の逆三角形の中心が全体の正三角形の重心になります。この重心をたたくと図 6-1 のようなさまざまな音が生じます。

三角形の振動様式をよく見るとわかるのですが、たたいた後、三角形の頂点はいつでも震えています。そこで頂点のどれかを指でつまむと余韻が瞬時に止まります。いわゆるミュートです。円盤ではミュートは難しいです。円周のどこかの端を指で触っても、その場所を節とするピザ様式の余韻は消えません。

表6-1 三角形の音階の作成

| 倍音列比        | 音階番号 | 音階比         |
|-------------|------|-------------|
| 1.00        | 1    | 1.00        |
| <u>2.42</u> | 2    | 1.24        |
| 3.28        | 3    | 1.30        |
| 4.52        | 4    | 1.39        |
| 4.57        | 5    | 1.46        |
| 6.01        | 6    | 1.61        |
| 7.46        | 7    | 1.83        |
| 8.75        | 8    | ≪2.12≫      |
| 9.69        | 9    | 2.12        |
| 10.92       | 10   | 2.27        |
|             | 11   | <u>2.42</u> |

さて正三角形をたたいた時に基音となる 384 Hz を 1.000 とすると、第 2 番目のピーク 929 Hz の比は 2.42 となります。これを順に 1259、1735、1755、2309、2863、3359、3719、4195 Hz ととっていくと表 6-1 の左の列のような倍音列比の数字が出ます。そこでこれを基に不協和度を計算し、新たな正三角形音階を求めると、表の右の列のようになりました。ただし、音階番号 8 (比 2.117) と音階番号 9 (比 2.118) はあまりにも近いので番号 8 の 2.117 はとらないことにします。そうすると正三角形の新しい音階が 10 個できます。最後の音階 (2.42) は音階番号 1 の三角形の第 2 倍音 (2.42) と同じ値です。つまり、基音に対して第 2 番目の倍音まで全部で 10 個の音階ができたこととなります。この場合 1 オクターブは、2.42 になるのかもしれませんが。

次に正三角形の設計について述べます。正三角形の振動と厚さや大きさの関係は次の式であらわせます (Leissa, 1993)。

$$a = (\lambda/2\pi f)^{1/2} \times (D/\rho h)^{1/4}$$

ここで  $a$  は正三角形の底辺からの高さ (m) です。  $f$  は目指す音 (振動数、Hz)、  $\rho$  は密度、  $h$  は厚さ (m)、  $D$  は以下の式で定義されています。

$$D = Eh^3 / (12 \times (1 - \sigma^2))$$

$E$  はヤング率、  $\sigma$  はポアソン比です。  $E$ 、  $\sigma$ 、  $\rho$  等は使う材料によって異なりますので、適切な値を使います。ポアソン比 ( $\sigma$ ) は、測るのが難しいので正確な値が知られていませんが、リン青銅の場合は大体 0.33 と見積もられています。  $\lambda$  は正三角形の各振動様式の固有値で、一定の値を取ります。

## 2 クアドローラ (四角形楽器)

四角形には正方形と長方形があります。まず正方形から説明します。

正方形の青銅板をたたくと図 6-2 のようなスペクトルが出ます。

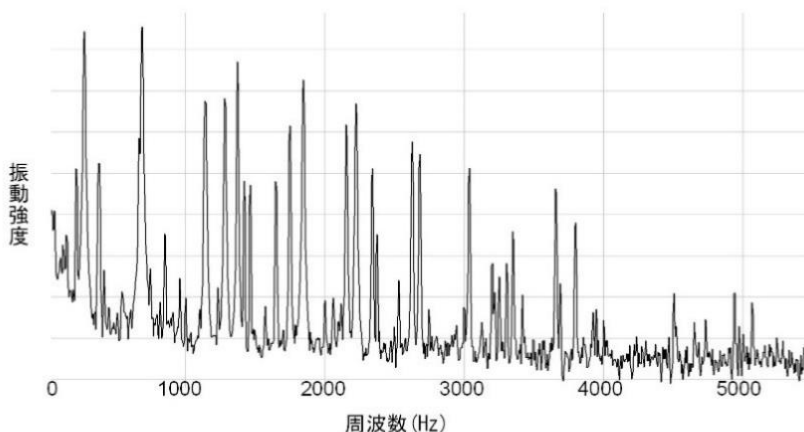


図6-2 正方形ポリゴノーラのスペクトル  
1辺180<sup>mm</sup>、厚さ2<sup>mm</sup>の正方形のポリゴノーラを中心をたたいた。

円盤や正三角形の場合（図 4-1）と比べると、ピークの数が大変多いことに気づきます。またクラドニ図形を見ると図 6-3 のようないろいろな様式が確認できます。この振動ピークの値は、次のような式で予測できます（Leissa, 1993）。

$$\lambda = m^2 + (a/b)^2 \times n^2$$

ここで a と b は、四角形の 2 つの辺の長さですので、正方形なら a/b は 1 となります。また m と n は 1 以上の整数の数字が入ります。そこで正方形の場合、上の式は a=b なので

$$\lambda = m^2 + n^2$$

となります。

この m と n に 1, 2, 3 という数字を当てはめていくと表 6-2 の表 A のような数字 λ の列ができます。m=1, n=1 の時の 2 に対して他の λ の値がどのような比になるかを示したのが同じ表の B です。

表6-2 正方形の共鳴ピークを予測するλの値  
表A、λの値: 表B、m=1, n=1 のλを1としたときのその他の比率。

| 表A |   | m    |      |      |      |      |      |      |
|----|---|------|------|------|------|------|------|------|
|    |   | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    |
| n  | 1 | 2    | 5    | 10   | 17   | 26   | 37   | 50   |
|    | 2 | 5    | 8    | 13   | 20   | 29   | 40   | 53   |
|    | 3 | 10   | 13   | 18   | 25   | 34   | 45   | 58   |
|    | 4 | 17   | 20   | 25   | 32   | 41   | 52   | 65   |
|    | 5 | 26   | 29   | 34   | 41   | 50   | 61   | 74   |
|    | 6 | 37   | 40   | 45   | 52   | 61   | 72   | 85   |
|    | 7 | 50   | 53   | 58   | 65   | 74   | 85   | 98   |
| 表B |   | m    |      |      |      |      |      |      |
|    |   | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    |
| n  | 1 | 1    | 2.5  | 5    | 8.5  | 13   | 18.5 | 25   |
|    | 2 | 2.5  | 4    | 6.5  | 10   | 14.5 | 20   | 26.5 |
|    | 3 | 5    | 6.5  | 9    | 12.5 | 17   | 22.5 | 29   |
|    | 4 | 8.5  | 10   | 12.5 | 16   | 20.5 | 26   | 32.5 |
|    | 5 | 13   | 14.5 | 17   | 20.5 | 25   | 30.5 | 37   |
|    | 6 | 18.5 | 20   | 22.5 | 26   | 30.5 | 36   | 42.5 |
|    | 7 | 25   | 26.5 | 29   | 32.5 | 37   | 42.5 | 49   |



この表から、 $m=1$ 、 $n=1$ の時の音を基音と決めて、その音の振動数を1.00とするとその上のピークに対してこのような比で倍音が並ぶこととなります。

実際にどのようなピークが出たかを図6-2を参考にして見ると、主要なピークは表6-3のようになります。

表6-3 正方形倍音比の実測値と理論値

| 実測Hz | 実測比   | 理論値  |
|------|-------|------|
| 277  | 1     | 1    |
| 667  | 2.41  | 2.5  |
| 688  | 2.48  | 2.5  |
| 1136 | 4.1   | 4    |
| 1283 | 4.63  | 5    |
| 1380 | 4.98  | 5    |
| 1749 | 6.31  | 6.5  |
| 1857 | 6.7   | 6.5  |
| 2155 | 7.78  | ?    |
| 2232 | 8.06  | ?    |
| 2348 | 8.47  | 8.5  |
| 2378 | 8.58  | 8.5  |
| 2630 | 9.49  | 9    |
| 2693 | 9.72  | 10   |
| 3037 | 10.96 | 10   |
| 3199 | 11.55 | 12.5 |
| 3318 | 11.98 | 12.5 |
| 3434 | 12.4  | 13   |
| 3661 | 13.21 | 13   |
| 3819 | 13.92 | 14.5 |
| 4310 | 15.56 | 16   |
| 4508 | 16.27 | 17   |
| 4519 | 16.31 | 17   |

表6-3では、2155 Hz と 2232 Hz に対応する理論値はありませんが、ほかのピークの出方はほぼ全て表6-2で予測した通りに出ています。これから正方形の板の振動はほぼ理論通りに出ていることとなります。しかし、ここで注意すべきは2.5、5.0、6.5、8.5、10.0、12.5、13.0、17.0の数字が2つずつ出ていることです。実際に2.5

の理論値に当たるピークは667 Hz と 687 Hz に2本出ています。この両者が全く同じ振動数なら問題ないのですが、わずかにずれます。これは比にすると3.0%のずれで、不協和な音として認識される音高のずれです。

2つの音が出る理由は、おそらく正方形の縦と横の長さが少しだけ違うか、あるいは、正方形の中の金属の性質が不均一で、縦と横で震え方が少し違うからと思われる。正確に縦横の長さが同じで、全体が均質な金属の正方形なら、2つの音は出ずに、ひとつのまとまった音が出るのではないかと思われます。

理論上一つの音が出るはずなのに2つの音が出てしまうのは音色に大きく影響します。かなり接近した2音が多数存在するので、澄んだ単純な音がせず、シャーンという複雑な音がします。正三角形は単純な1つの独立したピークが、ある間隔で並んでいますので、このようなことはありません。正方形では、理論通り2.5倍なら2.5

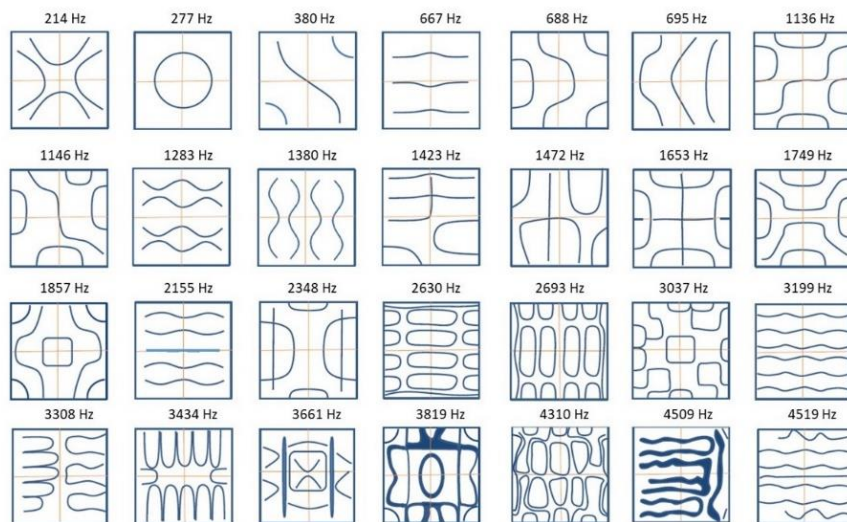


図6-3 正方形のクラドニパターン

倍のピークがまったく同じところに2本重なっていただいいのですが、少しずれるのです。これが正方形楽器の弱点です。

正方形で2つの振動が出る説明は、正方形の板の振動を目で見えるクラドニのパターンを取ってみるとよくわかります。図6-3では図6-2で得られたピークの振動数を個別に板に与えて、板の上に軽い粉末状のものをまいてできるクラドニの模様を写したものです。

例として [688・695 Hz] を取り上げます。この模様は、180度回転させると同じになります。同じ振動様式とみなせますので、本来なら同じ音が出るはずですが。寸法が縦横正確に同じでなく、金属の性質が不均質なら、2つのパターンから出る振動数は若干異なります。

688 Hz と 695 Hz はわずか7 Hz しか違いません。しかし、7 Hz の違いでも1秒間に7回の周期ですので、耳の良い人には1秒間に7回の唸りが聞こえます。このようなことが別の音でも生じるので、全体として、単純ではない複雑な音になります。

1136 Hz と 1146 Hz でも、どちらかを90度回せば重なります。同じ振動様式なのに二つの音が出ます。両者はわずかな差ですが、10 Hz の違いは、1秒間に10回の唸

りを生じます。

図 6-1 の正三角形の場合も、スペクトルをよく見ると接近したピークが見えますが、その数は 5000 Hz まででわずか 2 本です (1730・1755 Hz と 4195・4229 Hz)。それに比べ正方形では 4000 Hz までで 6 本あります。正三角形でもよく見ると 377 Hz、1261 Hz、3354 Hz ではクラドニの模様が点対称になっていますので、実際は 120 度ずつずれた振動に基づいた音 3 個出ていると思われれます。図 6-1 をよく見ると、1261 Hz や 3354 Hz のピークの裾野はほかのピークと比べて広がっています。これらは、3 本のピークが合わさったためかもしれません。

正三角形では 3 本がまとまりやすく、正方形では、2 本がわかれやすくなる理由はよくわかりません。3 本目があるとまとまりやすいのかもしれませんが。

このように三角形と正方形では発生する音のピーク数がかなり違い、その結果音色に大きな違いが出ます。聴いた印象から言うと、正三角形は澄んだ、もの悲しい音がします。正方形は明るい印象の音色です。 図 6-4 は横と縦の比が 1 : 1.618 の黄金比と呼ばれる長方形ポリゴノラで中央と端をたたいた時のスペクトルです。時代劇の火事の場面で出てくる半鐘のような音がします。

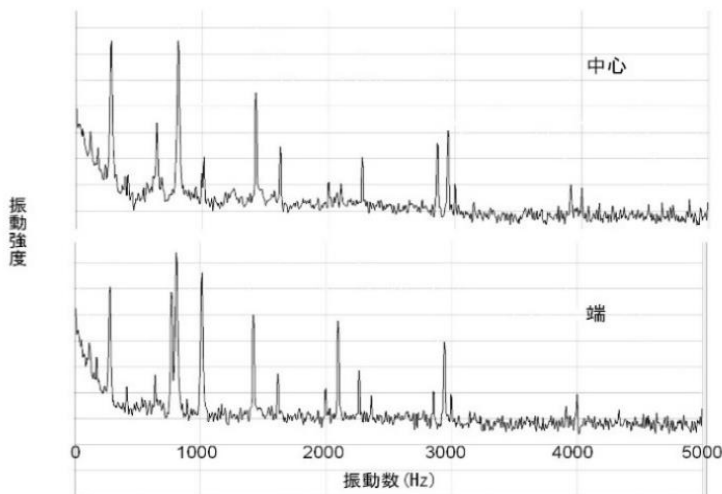


図6-4 長方形(黄金比)のスペクトル  
厚さ2ミリ、長辺162ミリ、短辺100ミリのリン青銅の中心と端をたたいた。

このスペクトルを元に倍音列比を計算し、不協和度計算から音階を作ると表6-4になりました。

この音階では、3倍音に当たる2.882の音程が音階番号5として採用されています。2倍音である2.28のところには音階ができませんでした。

また音階番号1と2の間(1.00と1.75)が開きすぎていることが問題です。長方形では、均等な音階ができませんでした。黄金比の意味については次で述べます。

表6-4 黄金比長方形の倍音列と音階

| 倍音列比        | 音階番号 | 音階比         |
|-------------|------|-------------|
| 1.00        | 1    | 1.00        |
| 2.28        | 2    | 1.75        |
| <u>2.88</u> | 3    | 2.01        |
| 3.61        | 4    | 2.06        |
| 5.05        | 5    | <u>2.88</u> |
| 5.74        | 6    | 3.51        |
| 8.01        | 7    | 3.61        |
| 10.12       |      |             |
| 10.41       |      |             |
| 13.82       |      |             |

### 3 ペンタゴノーラ（正五角形楽器）

図6-5に正五角形の楽器を鳴らした時のスペクトルを載せました。

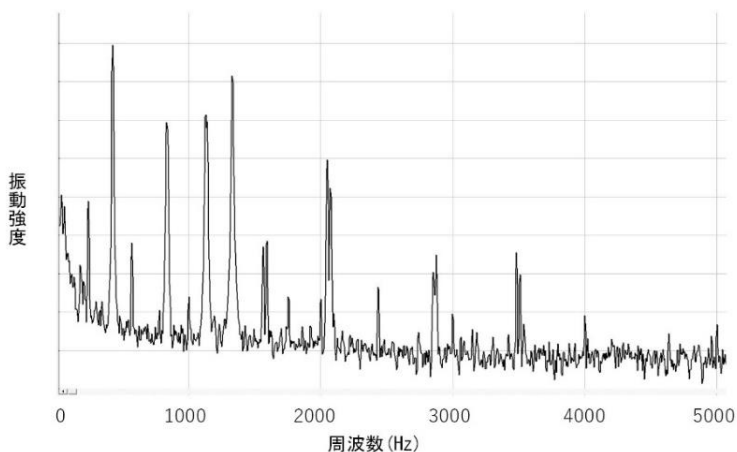


図6-5 正五角形ポリゴノーラのスペクトル  
高さ180<sup>mm</sup>、厚さ2<sup>mm</sup>の正五角形楽器の中心をたたいた

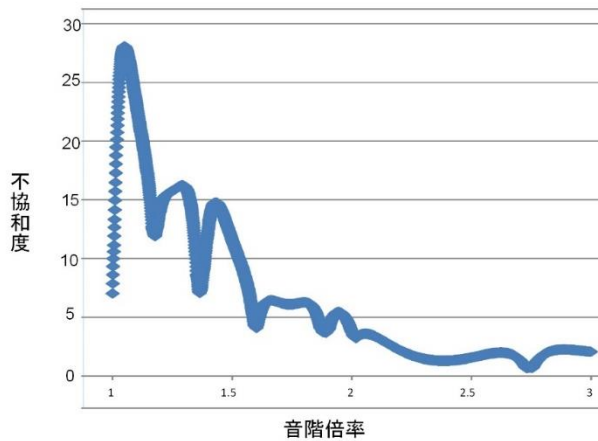


図6-6 正五角形が発生する倍音から計算した不協和度曲線

正五角形は四角形や長方形ほど、たくさんのピークが並ばず、単純な構成です。しかし、1.5 k (1500)、2.0 k (2000) 3.5 k (3500) Hz あたりに隣接する2本のピークが見えます。ただ正方形よりもまばらにピークが並んでいることは、良い音階ができる可能性があります。基音から4倍の振動数までのピークを取って不協和度を計算して音階を作ってみました。

使った共鳴ピークは8本で、その比は、1.000 (基音)、2.006、2.018、2.730、2.755、3.215、3.772、3.820 です。不協和度グラフを図6-6に示しました。この不協和度の低い谷が協和のいい音なので音階を与えます。

できた音階は、表6-5の左の列にしめました。6番目の2.02は倍音で使った第2番目のピーク(2.018)と同じです。つまりこれが1オクターブ上の音となります。1オクターブの中に5音入っているので、5音階です。前にも述べましたが、もと

| 音階番号 | 音程比率 | スレンドロ | ペロッグ |
|------|------|-------|------|
| 1    | 1.00 | 1.00  | 1.00 |
| 2    | 1.17 | 1.14  | 1.29 |
| 3    | 1.37 | 1.32  | 1.39 |
| 4    | 1.60 | 1.53  | 1.49 |
| 5    | 1.89 | 1.74  | 1.89 |
| 6    | 2.02 | 2.00  | 2.00 |

もとオクターブというオクトという言葉には8という意味がありますので、正五角形でできた5音階にオクターブというのはおかしいですが、便宜上使います。

第3章でも述べたように、人の耳では純音(倍音がない音)を聞かせたら正確に2.0倍ではなく、2.1倍の音をオクターブと判断することが知られています。正五角形でできた新しいオクターブ、2.02倍の音をオクターブと人の耳は許容して聞いてくれるのでしょうか。

また、この5音階は2.02倍を5分割していることになります。尺八の穴が5穴であることと通じるところがあるのかもしれませんが。表6-5には、比較のためにインドネシアガムランで使われる2つの音階、「スレンドロ」と「ペログ」の一部の音程比率を並べました。正五角形でできた音階は、ガムランの2つの音階の両方に近いように見えます。

ドビシーは、1889年のパリ万博でガムランを聞き、彼特有の全音階を着想したのではないかと思います。この全音階は、昔のアトムのTV漫画の主題歌の最初に流れています。

実は正五角形には他にいろいろな意味があります。前節でも出ました黄金比です。黄金比は1.618で知られ、ギリシャ彫刻にこの比が多く使われていることでも有名です。正五角形の中にはたくさんこの比が埋もれています(図6-7)。

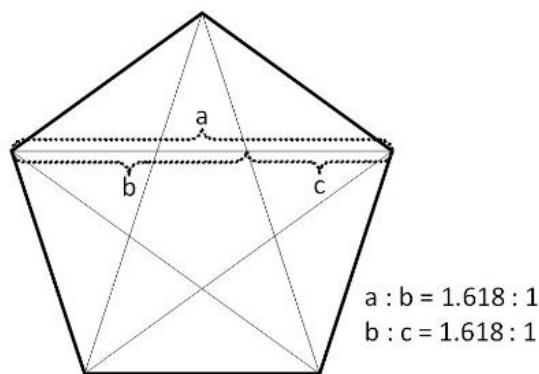


図6-7 正五角形内部に含まれる黄金比率

正五角形の内部に線を引くと、それぞれの線の長さは、黄金比になっています。この比は次のようにも説明できます。次の数字の並びを見てください。

0 1 1 2 3 5 8 13 21 34 55 89 144 233 377 610 987  
1597 2584 4181 6765 10946 ……

この数字の並びは簡単な法則があり、足し算さえ知っていれば永遠に続けられます。あるひとつの数字は前の2つの数字の和で得られます。これをフィボナッチ数列といいます。イタリアの数学者、レオナルド・フィボナッチ（1170?～1250?）が記載しました。最後の二つの隣り合う数字、6765と10946の比（ $10946/6765$ ）を取るとその値は1.618になりほとんど黄金比（1.618）と同じです。しかし最初は1（ $1/1$ ）だったり2（ $2/1$ ）だったり1.5（ $3/2$ ）だったりするのですが、だんだん数が多くなると隣り合う数字の比は黄金比の1.618に近づきます。

さてこのフィボナッチ数列は、花びらの数、マツカサやヒマワリの種子の並び方、植物の葉のつき方に関連していることが古くから知られています。これに何か意味があるのでは、と考えた人も多いのですが、結局偶然ではないかということで、一時はフィボナッチ数列と生物の形を関連付ける研究は廃れました。

しかし現代の新しい生物学を用いると、その意味がわかってきました。生物が細胞分裂をするとき、1つの細胞が分裂して、2つの細胞になります。たとえば植物の茎の先端では1つの細胞がずっと分裂を続け、背後に分裂した細胞を残しながら自分自身は上に上昇していきます。つまり、自分から生まれた細胞の影響を受けながら、新しい細胞を生み出していきます。この様子は数理的、植物生理学的、分子生物学的に黄金比で説明できるといわれています（近藤、2013）。細胞分裂の様子は黄金比に対応していて、葉のつき方、種子のつき方、巻貝の大きさにも関係するといわれています。そして近年、世界遺産に登録されたル・コルビジエの設計による東京上野の国立西洋美術館も、黄金比を採用しています。短辺と長辺の比が、黄金比の1.618になっている長方形は、その長辺を新しい正方形として積み重ねていくと、巻貝の形やコル

ビジェの設計した国立西洋美術館の形になります。

私たちの体は「五体」といいます。両手・両足・頭の数を書いたものです。指の数、桜の花びら、ヒトデの足が5を基本としていることは、偶然ではないのかもしれませんが。黄金比を中に含む正五角形から出てくる音は、私たち人類にどう響くのでしょうか。

#### 4 ヘキサゴノーラ（六角形楽器）

正六角形は正三角形を6つ重ねるとできます。したがって、その振動の様式は三角形を基本としていると考えられます。図6-8は正六角形のポリゴノーラの中心をたたいたときのスペクトルです。ピークの間隔は詰まりすぎず、適度に離れていますので、よい音階ができます。

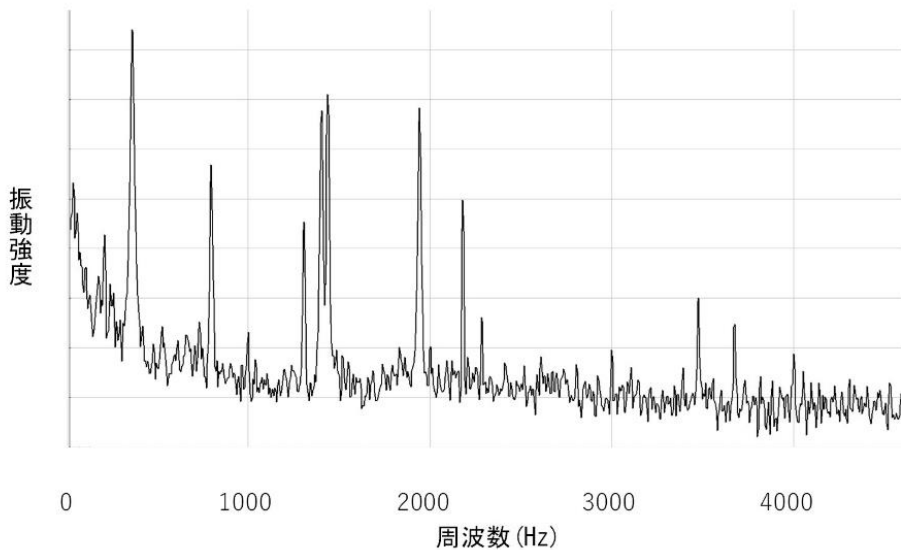


図6-8 六角形楽器のスペクトル  
高さ180<sup>mm</sup>、厚さ2<sup>mm</sup>の六角形楽器の中心をたたいた



表6-6 各種ポリゴノラの音階

| 音階番号 | 正三角形  | 正方形   | 五角形   | 六角形   | 円盤    | 平均律   |
|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1    | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 |
| 2    | 1.114 | 1.274 | 1.177 | 1.136 | 1.163 | 1.059 |
| 3    | 1.243 | 1.360 | 1.365 | 1.216 | 1.229 | 1.122 |
| 4    | 1.315 | 1.422 | 1.601 | 1.381 | 1.270 | 1.189 |
| 5    | 1.384 | 1.527 | 1.892 | 1.573 | 1.308 | 1.260 |
| 6    | 1.465 | 1.620 | 2.018 | 1.770 | 1.384 | 1.335 |
| 7    | 1.619 | 1.671 |       | 1.912 | 1.492 | 1.414 |
| 8    | 1.827 | 1.731 |       | 2.053 | 1.696 | 1.498 |
| 9    | 1.916 | 1.873 |       | 2.223 | 1.811 | 1.587 |
| 10   | 2.130 | 2.001 |       |       | 1.931 | 1.682 |
| 11   | 2.274 | 2.207 |       |       | 2.066 | 1.782 |
| 12   | 2.464 | 2.516 |       |       | 2.254 | 1.888 |
| 13   |       |       |       |       |       | 2.000 |

表6-6にこれまでのポリゴノラの音階をまとめて示しました。

これを見ると、六角形の循環点の値 2.22 は、円盤とよく似た値になっています。表6-6にまとめたそれぞれの音階が、どれくらい互いに協和するかを示す協和度を比べると、2循環音階で表6-7のようになります。

三角形、五角形、円盤の協和度がほかと比べて若干高いようですが、音階の良し悪しは、不協和度曲線の谷の深さも関係していますので、一概に優劣はつけられません。四角形のポリゴノラは、ひとつの振動様式が、90度ずれたものが2種類混じり、隣り合う二つのピーク、つまり非常に近い音が2つ同時に出やすいので、唸りが生じ、音色的にはあまり音程間のある音が出せないという欠点があります。

表6-7 各種ポリゴノラ2循環音階の協和度

| 三角形   | 正方形   | 五角形   | 六角形   | 円盤    | 平均律   |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 76.2% | 70.7% | 74.0% | 69.7% | 88.0% | 96.0% |

## 5 ルーロの多角形

正三角形のある頂点から、となりの2番目の頂点にコンパスを広げ3番目の頂点に向けて円を描きます。3つの頂点にコンパスの針を刺してそれぞれ円弧を3つ書くと図6-9のようになります。星印で示した頂点同志を円弧で結んだ図形がルーロの三角形です。とがった頂点がなくなります。

お掃除ロボットにこの名がついているものがあります。これは多角形と無限多角形(円)の融合のような形です。

この形でポリゴノラを作ると元の正三角形よりもソフトな音色がします。正三角形以外に正五角形、正七角形のように奇数辺を持つ多角形でルーロができます。

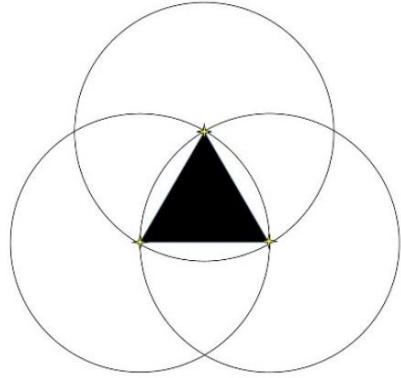


図6-9 ルーロの三角形  
ルーロの多角形はドイツの学者Franz Reuleaux (1829～1905)によって考案されました。ルーロの多角形は、頂点が奇数のときのみ存在できます。

### 参考文献

近藤 慈 (2013) 波紋と螺旋とフィボナッチ、秀潤社

Leissa, A. (1993) Vibration of Plates, Acoustic Society of America.

## コラム 6 日本人の音感覚 (2) ～食感と言葉～

~~~~~

昔のコマーシャルに、「お茶漬けサ～ラサラ、たくあんポ～リポリ」、という歌がありました。スイカはシャリシャリ、レタスはパリパリ、リンゴはサクサクなど、日本語には食感を表す言葉（擬音、オノマトペ）が多数あります。中国語や、韓国語にも多いのですが、ヨーロッパ、やアメリカにはほとんどありません。アメリカで食感を表す言葉として多用されているのは、クリスピー（Crispy）と克蘭チ（Crunch）です。アメリカのTVの食品コマーシャルでは毎日、この2語が多用されています。しかし、日本語には食感を表す言葉が大変多様で多数あります。

食品を噛んで出る音は、歯が食品を破壊するときに出ます。この時の音は、ドレミではありません。非常に複雑な音です。非整数倍音の塊といってよいでしょう。しかしこの音を表現するために、日本人は多数の言葉を作りました。この音を聞き分けて、表現し、食感の違いについて話すことを楽しんだからでしょう。日本人の耳は、これらの音を聞き分けているのかもしれません。

これら食感を表す言葉、シャリシャリ、パリパリ、サクサク、ポリポリは不思議なことに、一つの言葉を二つ重ねて作っています。音の出ない食感を表す言葉、モチモチ、フワフワ、トロトロも重ねています。

また、ゴロゴロする、ビクビクするなどは、擬態語の範疇に入りますが、やはり、2回重ねています。日本語はこのような擬音語や擬態語の多いことが特徴です。マンガにも擬態語、擬音語があふれています。これにより微妙なニュアンスを的確に相手に伝え会話を楽しむことができるでしょう。